

## عددهای گویا

به نام خدا

درس این جلسه درباره عددهای گویا هست. در ابتدا عددهای گویا رو معرفی می‌کنیم و بعد تعدادی از فعالیتهای کتاب رو انجام میدیم.

**تعریف اعداد گویا:**

به هر عدد که بتوان آن را به صورت کسر  $\frac{a}{b}$  نوشت، که در آن  $a$  و  $b$  عددهای صحیح و  $b \neq 0$  باشند عدد گویا می‌گوییم.

فصوصیات عددهای گویا که در این تعریف اومده رو دونه دونه بررسی می‌کنیم.

**اولین فصوصیت عددهای گویا اینه که می‌تونیم اونها رو به صورت کسر بنویسیم، مثلا عددهای  $\frac{1}{2}$  و  $\frac{4}{5}$  و کسرهای مشابه، این فصوصیت رو دارن.**

حالا یه سوال: آیا عدد ۵ هم این فصوصیت عددهای گویا رو داره؟

ممکنه بگیم که این عدد به صورت کسر نیست، پس عدد گویا نیست! ولی آگه با دقت تعریف اعداد گویا رو بفونیم، می‌بینیم که گفته شده "به هر عدد که بتوان آن را ..."

یعنی آگه بتونیم یه عدد رو به صورت کسری بنویسیم، اولین فصوصیت عددهای گویا رو داره.

آیا ما می‌تونیم ۵ رو به صورت  $\frac{5}{1}$  بنویسیم؟ بله، چون هر عددی که مفرج نداشته باشه ما می‌تونیم بهش مفرج ابدیم. بنابراین عدد ۵ اولین خصوصیت عددهای گویا رو داره.

**خصوصیت بعدی چیه؟ صورت و مفرج عددهای صحیح باشن و مفرج مخالف صفر باشه**

عددهای صحیح چه عددهایی بودن؟

$$z = \{ \dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots \}$$

پس:

صورت می‌تونه همه‌ی این عددها باشه

مفرج می‌تونه همه‌ی این عددها باشه غیر از عدد صفر

تا اینجا با خصوصیت‌های اعداد گویا آشنا شدیم. یه سوال حل کنیم:

از بین عددهای زیر کدوما گویا هستن (با ذکر دلیل)

$$\frac{110}{5}, \frac{\sqrt{3}}{6}, \frac{\sqrt{16}}{5}, \frac{-8}{-3}, \frac{3}{0}, -13$$

$\frac{110}{5}$  عدد گویاست. چرا؟

چون یه کسره که صورت و مفرجش عدد صحیقه و مفرجش هم مخالف صفره.

$\frac{\sqrt{3}}{6}$  عدد گویا نیست. چرا؟

چون صورت کسر عدد صحیح نیست.

$\frac{\sqrt{16}}{5}$  عدد گویاست. چرا؟

توی نگاه اول ممکنه بگیم صورت کسر رادیکال داره، پس این عدد گویا نیست ولی اگه دقت کنیم می بینیم که  $\sqrt{16}$  با ۴ برابره، یعنی این کسر برابره با  $\frac{4}{5}$  هست و خصوصیات اعداد گویا رو داره.

نکته: اگه رادیکال دیدیم اول دقت می کنیم ببینیم آیا میشه عدد رو از زیر رادیکال بیرون بیاریم یا نه و بعد به سوال جواب میدیم.

$\frac{-8}{-3}$  عدد گویاست. چرا؟

چون یه کسره که صورت و مخرجش عدد صحیبه و مخرجش هم مخالف صفره.

$\frac{3}{0}$  عدد گویا نیست. چرا؟

چون مخرجش برابر صفره.

-13 عدد گویاست. چرا؟

چون می تونیم بهش مخرج ا بدیم و به صورت  $\frac{-13}{1}$  بنویسیمش. حالا یه کسره که صورت و مخرجش اعداد صحیح هستن و مخرجش مخالف صفره.

سوال بعد:

آیا اعداد طبیعی و اعداد صحیح هم گویا هستن؟

یه بار دیگه مجموعه اعداد طبیعی و صحیح رو بنویسیم:

$$N = \{1, 2, 3, \dots\}$$

$$Z = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$$

ما به همه ی این اعداد می تونیم مخرج ا بدیم و اونها رو به صورت کسری بنویسیم.

در این صورت تبدیل میشن به کسرهایی که صورت و مخرجشون اعداد صحیبه و مخرجشون هم مخالف صفره. یعنی در تعریف عددهای گویا صدق میکنن. بنابراین نتیجه می‌گیریم:

هر عدد صحیح و هر عدد طبیعی هم یک عدد گویاست.

کار در کلاس

وقتی که از ما میفوان که بین دو تا کسر، یه تعداد کسر دیگه بنویسیم به روش زیر عمل می‌کنیم:

۱. بین دو تا کسر مخرج مشترک می‌گیریم.

بعد از این کار دو تا کسر داریم که مخرجهای برابر دارن.

۲. حالا به صورتهای دو تا کسر نگاه می‌کنیم. اگه فاصله بین صورتها، به تعداد کسرهایی که از ما فواسته شده بود، خیلی راحت کسرها رو می‌نویسیم.

مثال:

بین  $\frac{1}{3}$  و  $\frac{3}{4}$  سه تا کسر بنویسید:

بین دو تا کسر مخرج مشترک می‌گیریم، کسرهایی جدید ما برابر میشه با :

$$\frac{9}{12} \text{ و } \frac{4}{12}$$

مفرجها برابر شد. به صورتها نگاه می‌کنیم، بین ۴ و ۹ چند تا عدد می‌تونیم بنویسیم؟ ۵ و ۶ و ۷ و ۸، پس ما می‌تونیم ۴ تا کسر بین این دو تا بنویسیم. ولی سوال از ما سه تا خواسته. از بین این ۴ تا سه تا رو به دلفواه می‌نویسیم:

$$\frac{4}{12}, \frac{5}{12}, \frac{6}{12}, \frac{7}{12}, \frac{8}{12}, \frac{9}{12}$$

حالا فرض کنید صورت سوال از ما خواسته بود که بین این دو تا کسر ۶ تا کسر دیگه بنویسیم. باید چکار کنیم؟

گفتیم گام اول همیشه اینه که مفرج مشترک بگیریم، که ما برای این سوال انبام داریم:

$$\frac{9}{12} \text{ و } \frac{4}{12}$$

دیدیم که بین ۴ و ۹ فقط ۴ تا کسر وجود داره ولی ما ۶ تا کسر لازم داریم.

می‌دونیم اگه صورت و مفرج یه کسر رو در یه عدد ثابت ضرب کنیم کسرمون با کسر قبلی برابر میشه. میایم صورت و مفرج کسرهامون رو در یه عدد مثلا ۲ ضرب می‌کنیم. کسره‌های جدید چی میشن:

$$\frac{4}{12} = \frac{8}{24}$$

$$\frac{9}{12} = \frac{18}{24}$$

پس کسره‌های ما به چی تبدیل شدن؟  $\frac{8}{24}$  و  $\frac{18}{24}$

به صورت کسرها نگاه می‌کنیم. بین ۱ و ۱۸ چند تا عدد همیشه نوشت؟ ۹ و ۱۰ و ۱۱ و ۱۲ و ۱۳ و ۱۴ و ۱۵ و ۱۶ و ۱۷. پس ۹ تا کسر می‌تونیم بنویسیم و این نیاز ما رو برآورده میکنه.

$$\frac{8}{24}, \frac{9}{24}, \frac{10}{24}, \frac{11}{24}, \frac{12}{24}, \frac{13}{24}, \frac{14}{24}, \frac{15}{24}, \frac{16}{24}, \frac{17}{24}, \frac{18}{24}$$

توجه: آگه صورت و مخرج رو در ۲ ضرب کردیم و بازم دیدیم که تعداد کسر بیشتری نیاز داریم، می‌تونیم در عددهای بزرگتر مثل ۳ و ۴ و ... ضرب کنیم.

مثال:

$$\text{بین } \frac{2}{5} \text{ و } \frac{3}{4} \text{ سه کسر پیدا کنید:}$$

گام ۱. مخرج مشترک می‌گیریم، کسره‌های چیردمون برابر میشه با:

$$\frac{15}{20} \text{ و } \frac{8}{20}$$

به صورت کسرها نگاه می‌کنیم، آیا بین ۱ و ۱۵ میشه سه تا عدد نوشت؟ بله. پس کسره‌های زیر رو می‌تونیم بنویسیم:

$$\frac{8}{20}, \frac{9}{20}, \frac{10}{20}, \frac{11}{20}, \frac{12}{20}, \frac{13}{20}, \frac{14}{20}, \frac{15}{20}$$

(در واقع ۳ تا از این کسرها رو انتخاب می‌کنیم و می‌نویسیم)

## تبدیل کسر به عدد اعشاری

می‌فوییم بینیم کسر رو چطوری باید به عدد اعشاری تبدیل کنیم:  
برای تبدیل کسر به عدد اعشاری، صورت رو بر مخرج تقسیم می‌کنیم:  
مثال:

با استفاده از تقسیم نمایش اعشاری کسره‌های زیر را بنویسید:

$$:\frac{3}{8}$$

صورت رو بر مخرج تقسیم می‌کنیم. بینید:

$$\begin{array}{r} 37.5 \\ 8 \overline{) 30.0} \\ \underline{24} \phantom{0} \\ 60 \\ \underline{56} \phantom{0} \\ 40 \\ \underline{40} \\ 00 \end{array}$$

$$\frac{3}{8} = 0.375 \quad \text{پس}$$

مثال بعد:

$$:\frac{1}{3}$$

صورت رو بر مخرج تقسیم می‌کنیم، شکل زیر رو بینید:

$$\begin{array}{r}
 \frac{1}{9} \overline{) 1.00} \\
 \underline{9} \phantom{0} \\
 10 \\
 \underline{9} \\
 10 \\
 \underline{9} \\
 1
 \end{array}$$

می بینیم که هر چی تقسیم رو ادامه بدیم تموم نمیشه، در واقع به تکرار افتادیم. وقتی این حالت پیش میاد، بالای اون قسمتی که تکرار میشه یه خط می کشیم:

$$\frac{1}{3} = \overline{0.33333333} - \overline{0.3}$$

$$\frac{7}{6}$$

صورت رو بر مخرج تقسیم می کنیم:

$$\begin{array}{r}
 \frac{7}{6} \overline{) 7.000} \\
 \underline{6} \phantom{00} \\
 10 \\
 \underline{6} \\
 40 \\
 \underline{36} \\
 40 \\
 \underline{36} \\
 40 \\
 \vdots
 \end{array}$$

اینجا می بینیم که بعد از چند رقم دوباره به تکرار میفتیم، یعنی هر چی هم که کسر رو ادامه بدیم باز هم رقم ۶ تکرار میشه:



$$\frac{7}{6} = 1.1\overline{6}$$

میفوییم به قانون کلی رو بیان کنیم که با توجه به اون بفهمیم چه زمان به کسر نمایش اعشاری مفتوم داره! یعنی به تکرار نمیفته

چه کسرهایی نمایش اعشاری مفتوم دارند؟

کسرهایی که پس از ساده شدن، مفرج آنها شمارنده اولی بجز ۲ و ۵ ندارد.

یعنی ما مفرج کسر رو تجزیه می‌کنیم، اگه فقط عددهای ۲ و ۵ توی تجزیه بود، اونوقت میگی که نمایش اعشاری کسر مفتومه

مثلا توی مثال اول مفرج کسر ما ۸ بود، تجزیه‌ش می‌کنیم:

$$8 = 2 \times 2 \times 2$$

می‌بینیم که مفرج کسرمون فقط ۲ رو به عنوان شمارنده اول داره. پس قبل از اینکه تقسیم رو هم انجام بدیم می‌تونستیم متوجه شیم که مفتوم میشه.

در مثال دوم مفرج کسر ۳ بود.

$$3 = 3 \times 1$$

می‌بینیم که یکی از شمارنده‌ها عدد ۳ هست، یعنی عددی غیر از ۲ و ۵

پس این کسر نمایش اعشاری مفتوم نداره.

در ادامه‌ی درس "ضرب و تقسیم اعداد گویا" رو که در سالهای گذشته یاد گرفتیم، مرور می‌کنیم:

## ضرب اعداد گویا

برای ضرب اعداد گویا دو تا گام رو باید انجام بدیم:

۱. اول علامت جواب رو مشخص می‌کنیم.

دو تا عدد گویا داریم که هر کدوم یه علامت دارن، علامت این دو تا عدد رو در هم ضرب می‌کنیم تا علامت جواب مشخص شه. می‌دونیم که:

مثبت در مثبت = مثبت

مثبت در منفی = منفی

منفی در منفی = مثبت

۲. بعد از اینکه علامت رو مشخص کردیم، صورت رو در صورت ضرب می‌کنیم،

مخرج رو در مخرج

یه مثال ببینیم:

$$-\frac{3}{4} \times \left(+\frac{5}{7}\right) =$$

گفتیم گام اول تعیین علامت جوابه، یکی از علامت‌مون + و یکی - هست. داریم مثبت در منفی = منفی. پس علامت جوابمون منفی میشه.

---

حالا توی گام دوم میایم صورت دو تا کسر رو در هم ضرب می‌کنیم.

$$3 \times 5 = 15$$

تا اینجا جوابمون شد

15

بعدش میایم مفرجهها رو در هم ضرب می‌کنیم

$$4 \times 7 = 28$$

پس جواب نهاییمون میشه

15

28

تقسیم اعداد گویا

اگه ضرب اعداد گویا رو خوب یاد گرفته باشید تقسیمش هم براتون خیلی راحت  
گفتیم برای ضرب اعداد گویا ۲ تا گام داریم.  
واسه تقسیم باید قبل از این دو گام، یه گام دیگه هم انجام بدیم و اونم تبدیل تقسیم  
به ضرب

پس برای تقسیم اعداد گویا ۳ گام داریم:

۱. تبدیل تقسیم به ضرب

۲. تعیین علامت جواب

۳. ضرب صورت در صورت

ضرب مخرج در مخرج

با گام ۲ و ۳ که کاملا آشنا هستیم، گام ۱ رو براتون توضیح میدم.

تقسیم رو بطوری باید به ضرب تبدیل کنیم؟

دو تا کسر داریم که پیشنهاد علامت تقسیم داریم. برای اینکه به ضرب تبدیلش کنیم:

به کسر اول هیچ کاری نداریم.

علامت تقسیم رو به ضرب تبدیل می‌کنیم،

کسر دوم رو معکوس می‌کنیم.

یه مثال ببینیم:

$$-\frac{9}{5} \div -\frac{4}{3} =$$

گام ۱. باید تقسیم رو به ضرب تبدیل کنیم.

برای این کار گفتیم با کسر اول کار نداریم. علامت تقسیم رو به ضرب تبدیل می‌کنیم

و کسر دوم رو معکوس می‌کنیم. پس داریم:

$$-\frac{9}{5} \times -\frac{3}{4} =$$

الان ما تقسیم رو به ضرب تبدیل کردیم، یعنی گام ۱ رو انجام دادیم. گام ۲ و ۳ رو هم

که دیگه بلدیم

گام ۲. تعیین علامت جواب :

منفی در منفی = مثبت

گام ۳. ضرب صورت در صورت  $۹ \times ۳ = ۲۷$

ضرب مخرج در مخرج  $۵ \times ۴ = ۲۰$

جواب نهایی:

$$-\frac{9}{5} \times -\frac{3}{4} = +\frac{27}{20}$$

حل تمرین صفحه ۲۲

عددهای گویا

۱- حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید و تا حد امکان ساده کنید:

$$\left(-2\frac{5}{6} + 3\frac{1}{2}\right) \div \left(-1 - \frac{1}{9}\right)$$

$$\frac{1 - \frac{1}{2} + \frac{3}{4}}{\frac{5}{10} - \frac{3}{4} - \frac{1}{2}} \div 5\frac{1}{3}$$

$$-\frac{1}{2} + \frac{-5}{6} \div \frac{7}{3} \times \frac{7}{5} + \frac{2}{3}$$

$$\frac{1}{-1 - \frac{1}{-1 - \frac{1}{3}}}$$

قسمت اول:

$$\left(-2\frac{5}{6} + 3\frac{1}{2}\right) \div \left(-1 - \frac{1}{9}\right) =$$

همیشه وقتی می‌توانیم این مدل سوال رو حل کنیم اول از همه عبارت‌های داخل پرانتز رو حساب می‌کنیم.

میریم سراغ پرانتز اول:

برای جمع و تفریق عدد مخلوط اول راحت‌ترین راه اینه که عدد مخلوط‌ها رو به کسر تبدیل کنیم و بعد مناسبه کنیم:

$$-\frac{17}{6} + \frac{7}{2} = -\frac{17}{6} + \frac{21}{6} = +\frac{4}{6}$$

پرانتز اول مناسبه شد، میریم سراغ پرانتز دوم:

$$-1 - \frac{1}{9} = -\frac{9}{9} - \frac{1}{9} = -\frac{10}{9}$$

دو تا پرانتز مناسبه شد، صورت سوال رو به بار دیگه با جوابهای جدید بازنویسی می‌کنیم:

$$\left(+\frac{4}{6}\right) \div \left(-\frac{10}{9}\right) =$$

حالا تقسیم دو تا عدد گویا داریم، به ضرب تبدیل می‌کنیم و حل می‌کنیم:

$$\left(+\frac{4}{6}\right) \times \left(-\frac{9}{10}\right) = -\frac{36}{60} = -\frac{3}{5}$$

قسمت بعد:

$$\frac{1 - \frac{1}{2} + \frac{3}{4}}{\frac{5}{10} - \frac{3}{4} - \frac{1}{2}} \div 5\frac{1}{3} =$$

به ترتیب زیر عمل می‌کنیم:

صورت کسر اول رو ساده می‌کنیم.

مخرج کسر اول رو ساده می‌کنیم.

صورت و مخرج ساده شده رو جاگذاری می‌کنیم و ساده می‌کنیم.

عدد مفلوط رو به کسر تبدیل می‌کنیم.

تقسیم رو به ضرب تبدیل می‌کنیم.

جواب رو به دست می‌آییم.

شروع کنیم ☺

صورت کسر اول رو ساده می‌کنیم (مخرج مشترک می‌گیریم)

$$1 - \frac{1}{2} + \frac{3}{4} = \frac{4}{4} - \frac{2}{4} + \frac{3}{4} = \frac{4 - 2 + 3}{4} = \frac{5}{4}$$

مخرج کسر اول رو ساده می‌کنیم (مخرج مشترک می‌گیریم)

$$\frac{5}{10} - \frac{3}{4} - \frac{1}{2} = \frac{10}{20} - \frac{15}{20} - \frac{10}{20} = \frac{10 - 15 - 10}{20} = -\frac{15}{20}$$

صورت و مخرج ساده شده رو جاگذاری می‌کنیم و ساده می‌کنیم (دور در دور، نزدیک در

نزدیک):

$$\frac{1 - \frac{1}{2} + \frac{3}{4}}{\frac{5}{10} - \frac{3}{4} - \frac{1}{2}} = \frac{\frac{5}{4}}{-\frac{15}{20}} = -\frac{100}{60} = -\frac{5}{3}$$

عدد مفلوط رو به کسر تبدیل می‌کنیم:

$$5\frac{1}{3} = \frac{16}{3}$$

پس داریم:

$$-\frac{5}{3} \div \frac{16}{3} =$$

تقسیم رو به ضرب تبدیل می‌کنیم:

$$-\frac{5}{3} \times \frac{3}{16} =$$

جواب رو به دست می‌آییم:

$$-\frac{5}{\cancel{3}} \times \frac{\cancel{3}}{16} = -\frac{5}{16}$$

قسمت بعد:

$$-\frac{1}{2} + \frac{-5}{6} \div \frac{7}{3} \times \frac{7}{5} + \frac{2}{3} =$$

نکته ای که اینجا باید بهش توجه کنیم اولویت عملیات، اولویت عملیات در ریاضی به

صورت زیره:

پرانتز

ضرب و تقسیم

جمع و تفریق

در اینجا پرانتز نداریم، بنابراین اول باید ضرب و تقسیم رو انجام بدیم.

اینجا هم ضرب داریم و هم تقسیم، کدوم رو اول انجام بدیم؟ از سمت چپ شروع

می‌کنیم، چون اول تقسیم داریم ما هم اول تقسیم رو انجام میدیم و بعد ضرب:



$$\frac{-5}{6} \div \frac{7}{3} =$$

باید اول تقسیم رو به ضرب تبدیل کنیم، برای این کار:

کسر اول رو ثابت نگه می‌داریم

تقسیم رو به ضرب تبدیل می‌کنیم

کسر دوم رو معکوس می‌کنیم:

$$\frac{-5}{6} \times \frac{3}{7} = -\frac{5}{14}$$

$$-\frac{1}{2} + \frac{-5}{6} \div \frac{7}{3} \times \frac{7}{5} + \frac{2}{3} = -\frac{1}{2} + \frac{-5}{14} \times \frac{7}{5} + \frac{2}{3} =$$

حالا ضرب رو انجام میدیم:

$$\frac{-5}{14} \times \frac{7}{5} = -\frac{1}{2}$$

تا اینجا داریم:

$$-\frac{1}{2} + \frac{-5}{14} \times \frac{7}{5} + \frac{2}{3} = -\frac{1}{2} + \frac{-1}{2} + \frac{2}{3} =$$

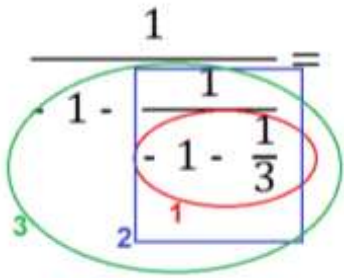
حالا مخرج مشترک می‌گیریم و جواب رو به دست میاریم:

$$-\frac{1}{2} + \frac{-1}{2} + \frac{2}{3} = \frac{-3 - 3 + 4}{6} = -\frac{2}{6} = -\frac{1}{3}$$

تقسیم بعد:

$$\frac{1}{-1 - \frac{1}{-1 - \frac{1}{3}}} =$$

ترتیب انجام عملیات رو در شکل زیر نشون داریم:



پس به ترتیب انجام میدیم:

شماره ۱:

$$-1 - \frac{1}{3} = \frac{-3 - 1}{3} = -\frac{4}{3}$$

شماره ۲:

$$\frac{1}{-1 - \frac{1}{3}} = \frac{1}{-\frac{4}{3}} = -\frac{3}{4}$$

شماره ۳:

$$-1 - \frac{1}{-1 - \frac{1}{3}} = -1 - \left(-\frac{3}{4}\right) = -1 + \frac{3}{4} = -\frac{1}{4}$$

و در آخر:

$$\frac{1}{-1 - \frac{1}{-1 - \frac{1}{3}}} = \frac{1}{-\frac{1}{4}} = -4$$

ادامه تمرینها رو می‌تونید در "کانال خصوصی حل تمرین و نمونه سوال" ببینید ☺

در صورت تمایل به عضویت، به ازمین کانال مراجعه کنید.

آموزش گام به گام ریاضی چهارم تا دهم در سایت:

[www.riazibaham.ir](http://www.riazibaham.ir)

و کانال‌های @RiaziBaHam و @RiaziBaHam9

برای دریافت جزوات سایر پایه‌ها، تمرینهای حل شده و نمونه سوالات

امتثانی حل شده، به "ریاضی با هم" پیوندید.